

# OPTIMASI DESAIN STRUKTUR PORTAL BAJA MENGUNAKAN METODE METAHEURISTIK DENGAN MEMPERHITUNGAN EFEK P-DELTA

Sebastian<sup>1</sup>, William Hauwing<sup>2</sup>, Wong Foek Tjong<sup>3</sup>, dan Doddy Prayogo<sup>4</sup>

**ABSTRAK :** Banyaknya permintaan akan gedung tinggi menuntut para insinyur untuk mendesain gedung stabil yang perhitungannya tergolong rumit. Optimasi dengan metode metaheuristik dapat menjadi solusi untuk mendapatkan desain yang teroptimal. Adanya interaksi antara gaya aksial ke bawah dengan perpindahan horisontal gedung menyebabkan adanya momen tambahan, yang sering disebut sebagai efek P- $\Delta$ . Studi ini bertujuan untuk menunjukkan hasil penggunaan algoritma metaheuristik dalam pengoptimasian berat struktur portal baja dengan mempertimbangkan efek P- $\Delta$ . Algoritma metaheuristik yang digunakan dalam penelitian ini adalah *particle swarm optimization* (PSO) dan *sybiotic organisms search* (SOS). Terdapat satu struktur yang dianalisa, yaitu struktur Portal 3 Bentang 15 Lantai. Hasil optimasi dari kasus tersebut akan dibandingkan dengan hasil penelitian sebelumnya dengan penambahan *second order analysis* dan perubahan batasan peraturan AISC. Optimasi struktur Portal 3 Bentang 15 Lantai akan diberi batasan sesuai peraturan AISC 360-10. Penelitian ini menunjukkan performa algoritma SOS yang lebih superior dibandingkan PSO dan adanya penambahan berat struktur portal baja yang diakibatkan pengikutsertaan analisa P- $\Delta$ .

**KATA KUNCI :** metaheuristik, PSO, SOS, portal baja, analisa P- $\Delta$ , AISC 360-10.

## 1. PENDAHULUAN

Bangunan tinggi memerlukan struktur portal tinggi yang stabil dengan tujuan keamanan dan desain (Kulkarni *et al.*, 2015). Oleh karena itu, desain portal yang optimal sering menjadi topik berbagai penelitian untuk mendapat desain bangunan yang ringan dengan tetap mengikuti batasan (*stress and displacement*) yang ada (Erbatur *et al.*, 1991). Akhir-akhir ini, metode metaheuristik adalah salah satu solusi yang banyak digunakan untuk menyelesaikan optimasi desain struktur yang sulit dilakukan bila menggunakan metode matematik atau analitik. Sudah banyak penelitian-penelitian yang mengembangkan algoritma metaheuristik, contohnya adalah *particle swarm optimization* (PSO), *differential evolution* (DE), *teaching-learning-based optimization* (TLBO), *sybiotic organisms search* (SOS), dan lain-lain.

Beberapa algoritma metaheuristik memang memiliki karakteristik yang tidak jauh berbeda. Algoritma-algoritma tersebut menggunakan variabel acak untuk mencari *objective* yang tepat dengan memperhatikan *constraint-constraint* yang ada. Tetapi algoritma-algoritma ini memiliki keunikan masing-masing pada parameternya yang harus dipenuhi. Hal ini menyebabkan performa algoritma yang variatif, terhadap beberapa kasus yang berbeda (Cheng *et al.*, 2014).

---

<sup>1</sup> Mahasiswa Program Studi Teknik Sipil Universitas Kristen Petra Surabaya, sebastianmailg@gmail.com

<sup>2</sup> Mahasiswa Program Studi Teknik Sipil Universitas Kristen Petra Surabaya, hauwingw@gmail.com

<sup>3</sup> Dosen Program Studi Teknik Sipil Universitas Kristen Petra Surabaya, wftjong@peter.petra.ac.id

<sup>4</sup> Dosen Program Studi Teknik Sipil Universitas Kristen Petra Surabaya, prayogo@peter.petra.ac.id

Dalam optimasi struktur baja khususnya pada bangunan tinggi, terjadi interaksi antara  $P$  (*applied vertical load*) dengan  $\Delta$  (*displacement*) yang timbul akibat adanya gaya lateral pada struktur, menyebabkan momen dan gaya tambahan yang menimbulkan ketidakstabilan pada struktur. Interaksi ini seringkali disebut dengan  $P-\Delta$  effect yang memerlukan *second order analysis*. Efek tersebut berdampak pada struktur, berupa berkurangnya kekakuan dan kekuatan dari struktur itu secara menyeluruh (Hall *et al.*, 1989). Sayangnya, tidak banyak optimasi struktur berbasis metaheuristik yang mempertimbangkan  $P-\Delta$  effect.

## 2. LANDASAN TEORI

Secara etimologis, heuristik berasal dari kata *heuriskein* yang artinya mencari. Pada dasarnya, metode heuristik menyelesaikan permasalahan dengan menitikberatkan pada performa perhitungan dan kesederhanaan, bukan pada pembuktian bahwa solusi yang diperoleh benar seperti pada metode analitik. Metode heuristik adalah suatu metode yang menggunakan konsep pendekatan untuk menyelesaikan permasalahannya. Dilain pihak, kata *meta* pada metaheuristik dalam Bahasa Yunani diartikan sebagai tingkat lanjut. Sehingga, dapat diartikan bahwa metode metaheuristik merupakan metode lanjutan yang berbasis heuristik dalam menyelesaikan permasalahan optimasi secara efisien. Ciri yang mendasari kedua algoritma ini adalah pada metode algoritma heuristik lebih berfokus pada satu titik permasalahan, sedangkan pada algoritma metaheuristic cenderung fleksibel dan dapat digunakan untuk menyelesaikan hampir semua permasalahan (Talbi, 2009).

### 2.1. Particle Swarm Optimization (PSO)

Algoritma PSO adalah algoritma yang diciptakan pertama kali oleh Eberhart dan Kennedy (Eberhart and Kennedy, 1995). Cara kerja PSO adalah dimulai dari menginisialisasi suatu populasi acak yang diberi nama partikel pada suatu area pencarian. Partikel ini pada mulanya akan menempati suatu lokasi secara acak yang disebut sebagai vektor koordinat di dalam ruang pencarian. Kemudian, setiap partikel akan diberi kecepatan  $v$  secara acak untuk bergerak dari satu lokasi ke lokasi lain yang pada akhirnya menuju ke suatu *goal* atau lokasi paling optimal (Tjiptarahardja, 2018).

### 2.2. Symbiotic Organisms Search (SOS)

Algoritma SOS terinspirasi dari perilaku interaksi yang terlihat di antara organisme di ekosistem dan diciptakan oleh Cheng and Prayogo (2014). Organisme memiliki sifat dasar yaitu tidak dapat hidup sendiri sehingga sangat memiliki ketergantungan pada spesies lain untuk mempertahankan keberlangsungan hidupnya. Hubungan berbasis ketergantungan ini dikenal sebagai simbiosis. Algoritma SOS menyimulasikan interaksi simbiosis antara sepasang organisme yang bertujuan untuk mencari organisme yang paling sesuai dengan kriteria yang diinginkan. Interaksi antar makhluk hidup secara umum dapat dibagi menjadi tiga macam, yaitu mutualisme, komensalisme dan parasitisme.

### 2.3. Second Order Analysis atau $P-\Delta$ Analysis

Pada gedung tinggi, terdapat interaksi antara gaya aksial vertikal pada portal dengan perpindahan horisontal yang disebabkan oleh gaya lateral seperti gaya gempa dan gaya angin. Interaksi ini seringkali disebut dengan istilah  $P-\Delta$  effect.  $P-\Delta$  effect merupakan bagian yang ada di dalam *second order analysis*. Dalam *first order analysis*, perhitungan analisa struktur hanya mencakup berat sendiri bangunan dan *gravity load* dari beban yang ada. Namun, perhitungan yang hanya mempertimbangkan *first order analysis* saja kurang tepat. Pada struktur gedung dengan tingkat rendah,  $P-\Delta$  effect tidak memiliki pengaruh yang banyak karena *lateral deformation* yang terjadi tidak cukup besar untuk menyebabkan interaksi antara gaya aksial dengan *lateral deformation* yang akan menyebabkan momen dan gaya reaksi tambahan pada struktur (Pattar *et al.*, 2017).

### 3. METODOLOGI PENELITIAN

Terdapat 3 tahap utama dalam proses penelitian ini, yaitu proses analisa struktur menggunakan *finite element method - direct stiffness method* (DSM), pencarian penampang teroptimal menggunakan algoritma metaheuristik dan yang terakhir membandingkan hasil optimasi dari masing-masing algoritma metaheuristik dengan mempertimbangkan P- $\Delta$  effect maupun tidak. Hasil optimasi struktur portal yang tidak mempertimbangkan P- $\Delta$  effect didapat dari hasil penelitian oleh Tjiptarahardja et al., (2018) dan hasil perhitungan menggunakan algoritma yang sama namun dengan *constraint* berbeda dengan sebelumnya (AISC 360-01), menjadi AISC 360-10. Proses analisa struktur dan optimasi dengan algoritma metaheuristik dilakukan menggunakan program MATLAB R2017b dengan laptop berspesifikasi Intel i7-7700HQ CPU@2.8GHz, RAM 16 GB. Dari tahap optimasi akan dihasilkan luas penampang untuk tiap elemen dan berat total struktur sebagai fungsi objektif (*objective function*). Hasil optimasi dalam program MATLAB R2017b dibandingkan dengan hasil optimasi milik Tjiptarahardja et al., (2018).

### 4. HASIL DAN DISKUSI

Struktur portal 3 bentang 15 lantai pertama kali dioptimasi oleh Khot *et al.*, (1976) kemudian di optimasikan lagi oleh Talatahari *et al.*, (2015). Tjiptarahardja *et al.*, (2018) juga mengoptimasi berat dari struktur tersebut dan hasil penelitiannya digunakan sebagai pembanding dengan hasil penelitian yang telah dilakukan. Properti material dan batasan (*constraints*) yang digunakan pada struktur disamakan dengan penelitian sebelumnya, yaitu sebagai berikut:

a. Properti material

$$\rho = 7861 \text{ kg/m}^3$$

$$E = 29,000 \text{ ksi (200,000 MPa)}$$

$$F_y = 36,0 \text{ ksi (248,2 MPa)}$$

b. Batasan (*constraints*)

Berdasarkan peraturan menurut AISC 360-10 dan LRFD edisi 3rd.

G1: Momen lentur leleh ijin

$$M_n = 0.9 Z_x F_y \quad (1)$$

untuk batang yang penampang kompak.

$$M_n = 0.9 \left[ M_p - (M_p - 0.7 f_y S_x) \left( \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \right] \quad (2)$$

untuk batang yang penampang tidak kompak.

$$M_n = 0.9 F_{cr} S_x \quad (3)$$

untuk batang yang penampang langsing.

G2: Momen tekuk lateral torsi ijin

Untuk balok diasumsi  $C_b=1$

$$M_n = 0.9 Z_x F_y \quad (4)$$

untuk batang yang penampang kompak.

$$M_n = 0.9 C_b \left[ M_p - (M_p - 0.7 F_y S_x) \left( \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \quad (5)$$

untuk batang yang penampang tidak kompak.

$$M_n = \frac{0.9 E k_c S}{\lambda^2} \quad (6)$$

untuk batang yang penampang langsing. G3: Aksial tekan ijin

$$P_n = 0.9 F_{cr} A_g \quad (7)$$

G4: Aksial tarik ijin

Diambil nilai terkecil dari :

$$P_{n1} = 0.9 F_{cr} A_g \quad (8)$$

$$P_{n2} = 0.75 F_u A_g \quad (9)$$

G5: Pembesaran Momen

$$M_u = \delta_b M_{ntu} \quad (10)$$

$$\delta_b = \frac{c_m}{1 - \left(\frac{Nu}{N_{crb}}\right)} \geq 1 \quad (11)$$

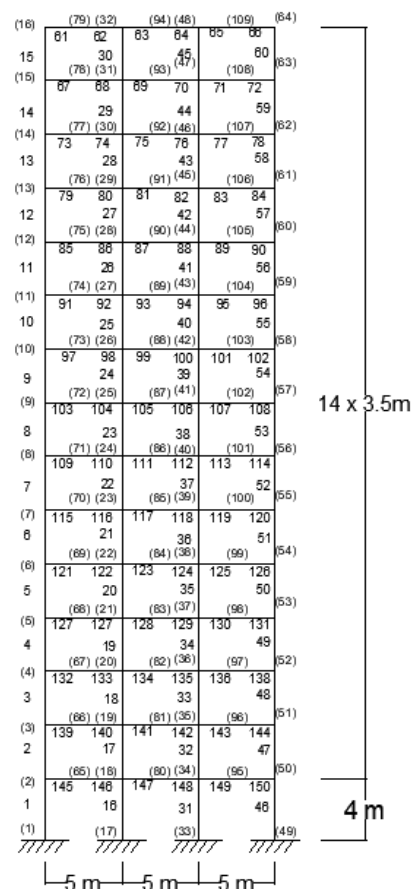
G6: Rumus interaksi

$$\frac{Nu}{\phi Nn} + \frac{8}{9} \left( \frac{Mu_x}{\phi b M n_x} + \frac{Mu_y}{\phi b M n_y} \right) \leq 1 \quad \text{untuk } \frac{Nu}{\phi Nn} \geq 0.2 \quad (12)$$

$$\frac{Nu}{2\phi Nn} + \left( \frac{Mu_x}{\phi b M n_x} + \frac{Mu_y}{\phi b M n_y} \right) \leq 1 \quad \text{untuk } \frac{Nu}{\phi Nn} < 0.2 \quad (13)$$

**Gambar 1** menunjukkan bentuk struktur dari portal 3 bentang 15 lantai dan penomoran elemen dan node. Struktur portal 3 bentang 15 lantai ini dibebani dengan beban merata pada seluruh baloknya sebesar -50 kN/m dan beban horizontal ke kanan pada node 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 dan 15 sebesar 30 kN. Sedangkan untuk pengelompokan elemennya adalah sebagai berikut:

- A1 : Elemen 1-3, 46-48
- A2 : Elemen 16-18, 31-33
- A3 : Elemen 4-6, 49-51
- A4 : Elemen 19-21, 34-36
- A5 : Elemen 7-9, 52-54
- A6 : Elemen 22-24, 37-39
- A7 : Elemen 10-12, 55-57
- A8 : Elemen 25-27, 40-42
- A9 : Elemen 13-15, 58-60
- A10 : Elemen 28-30, 43-45
- A11 : Elemen 61-150



**Gambar 1. Tampak Samping Struktur Portal 3 Bentang 15 Lantai**

Optimasi struktur ini menggunakan *discrete variables* didapat dari tabel profil WF AISC 2001 (*LRFD Specification for Structural Steel Buildings*) LRFD edisi 3<sup>rd</sup>. Perbandingan hasil optimasi algoritma disajikan pada **Tabel 1**.

**Tabel 1. Hasil Optimasi Portal 3 Bentang dan 15 lantai**

<b>Variables</b>	<b>PSO 2001*</b>	<b>PSO 2010</b>	<b>PSO P-Δ</b>	<b>SOS 2001*</b>	<b>SOS 2010</b>	<b>SOS P-Δ</b>
<b>A1</b> (mm <sup>2</sup> )	152902.9 (W 14 X 808)	152902.9 (W 14 X 808)	-	20128.99 (W 12 x 106)	17870.93 (W 24 X 94)	19225.77 (W 21 X 101)
<b>A2</b> (mm <sup>2</sup> )	152902.9 (W 14 X 808)	152902.9 (W 14 X 808)	-	30709.62 (W 27 X 161)	26838.66 (W 18 X 143)	26838.66 (W 33 X 141)
<b>A3</b> (mm <sup>2</sup> )	152902.92 (W 14 X 808)	152902.92 (W 14 X 808)	-	15999.97 (W 27 X 84)	12967.72 (W 24 X 68)	13870.94 (W 21 X 73)
<b>A4</b> (mm <sup>2</sup> )	152902.9 (W 14 X 808)	152902.9 (W 14 X 808)	-	19741.9 (W 24 X 104)	18774.16 (W 14 X 55)	18774.16 (W 30 X 99)
<b>A5</b> (mm <sup>2</sup> )	152902.9 (W 14 X 808)	10451.59 (W 21 X 55)	-	12903.2 (W 21 X 68)	10451.59 (W 24 X 55)	10451.59 (W 21 X 55)
<b>A6</b> (mm <sup>2</sup> )	17870.93 (W 24 X 34)	152902.9 (W 14 X 808)	-	16322.55 (W 18 X 86)	15677.39 (W 21 X 83)	14451.58 (W 24 X 76)
<b>A7</b> (mm <sup>2</sup> )	10193.53 (W 10 X 54)	152902.9 (W 14 X 808)	-	9096.76 (W 21 X 48)	7419.34 (W 10 X 35)	7225.79 (W 14 X 38)
<b>A8</b> (mm <sup>2</sup> )	4567.73 (W 8 X 24)	152902.9 (W 14 X 808)	-	12903.2 (W 21 X 68)	11548.36 (W 14 X 61)	12903.2 (W 14 X 68)
<b>A9</b> (mm <sup>2</sup> )	152902.92 (W 14 X 808)	3974.19 (W 8 x 21)	-	5316.12 (W 8 X 28)	3587.09 (W 5 X 15)	3974.19 (W 8 X 21)
<b>A10</b> (mm <sup>2</sup> )	3799.99 (W 6 X 20)	6451.6 (W 14 x 34)	-	7419.34 (W 10 X 39)	7225.79 (W 14 X 38)	7548.37 (W 8 X 40)
<b>A11</b> (mm <sup>2</sup> )	152902.92 (W 14 X 808)	7612.89 (W 18 X 40)	-	8387.08 (W 21 X 44)	8387.08 (W 21 X 44)	8387.08 (W 21 X 44)
<b>Best</b> (Kg)	429707.48	195730.8	inf	40029.55	36686.57	36945.01
<b>Average</b> (Kg)	429707.48	280978.69	0	40587.16	36891.00	37583.32
<b>Standard</b> <b>Deviasi</b> (Kg)	0	129553.65	0	1097.80	135.94	460.32
<b>CoV (%)</b>	0	46.11	-	2.70	0.37	1.22
<b>Jumlah Run</b> <b>Berhasil</b>	1	3	0	20	20	20
<b>No.FE</b>	50000	50000	50000	50000	50000	50000
<b>Waktu (s)</b>	154452.34	7738.81	15047.48	30733.25	6681.70	15642.56

\* Hasil penelitian oleh Tjiptarahardja *et al.*, (2018)

Dapat dilihat bahwa tiap pengulangan dari optimasi algoritma SOS berhasil dilakukan sebanyak 20 kali. Namun, algoritma PSO terlihat tidak begitu relevan untuk digunakan sebagai algoritma optimasi pada kasus Portal 3 Bentang 15 Lantai ini. Hal tersebut dapat dilihat dari jumlah pengulangan *run* optimasi yang berhasil (syarat *constraint* pada tiap elemen tidak terlanggar) tidak lebih dari 5 pengulangan. Pada penelitian oleh Tjiptarahardja *et al.*, (2018) yang menggunakan *constraint* AISC 360-01, algoritma PSO hanya mampu berhasil melakukan optimasi sebanyak 1 kali dari 20 kali pengulangan, sedangkan dalam penelitian kali ini setelah *constraint* dirubah menjadi AISC 360-10, algoritma PSO berhasil melakukan optimasi lebih banyak, sebanyak 3 kali, yang dapat disebabkan karena algoritma PSO mengalami kecocokan dengan *constraint* AISC 360-10 atau karena *constraint* yang digunakan menyederhanakan proses perhitungan optimasi, sehingga muncul berat struktur yang lebih ringan. Peningkatan performa PSO akibat perubahan *constraint* juga terlihat dari menurunnya nilai standar deviasi dan *coefficient of variation*.

Dari **Tabel 1** juga dapat dilihat bahwa perubahan *constraint* dari penelitian sebelumnya (Tjiptarahardja *et al.*, 2018), yang berupa perubahan dari peraturan AISC 360-01 menjadi AISC 360-10 menyebabkan tercapainya berat struktur yang lebih ringan, baik pada algoritma PSO maupun SOS. Pada algoritma PSO hal ini dapat disebabkan karena kecocokan parameter algoritma PSO dengan *constraint* yang digunakan seperti penjelasan sebelumnya. Namun dilihat dari hasil algoritma SOS yang hasilnya sudah cukup stabil, semakin ringannya berat total struktur ini bisa diakibatkan karena perubahan peraturan AISC yang membuat didapatkannya desain yang lebih efisien yaitu meningkatnya kapasitas dalam desain dan memperkecil faktor keamanan dari peraturan yang lama.

Pada penelitian sebelumnya, batasan yang digunakan (AISC 360-01) belum memperhitungkan adanya  $P-\Delta$  effect dan tidak ada faktor amplifikasi momen, maka dari itu pada penelitian ini batasan AISC 360-10 dijalankan untuk membandingkan dampak perubahan peraturan itu dan juga dijalankan apabila mengikutsertakan effect  $P-\Delta$ . Akibat  $P-\Delta$  effect, momen *ultimate* yang muncul di akhir akan diperbesar sehingga kemungkinan diperlukan elemen berkapasitas lebih besar dan berujung pada berat struktur yang lebih berat. Hasilnya terlihat bahwa pengikutsertaan  $P-\Delta$  analysis menyebabkan berat struktur yang memang lebih berat namun tidak terlalu banyak bertambah. Dalam kasus kali ini, hanya algoritma SOS yang mampu menyelesaikan perhitungan dengan  $P-\Delta$  effect. SOS terbukti akurat dan konsisten karena nilai dari *coefficient of variation* (CoV) lebih kecil dari penelitian sebelumnya yaitu 0,37%. Yang artinya selama 20 kali mengoptimasi, hasil optimum yang dicapai saling mendekati.

## 5. KESIMPULAN

Penelitian ini menyimpulkan beberapa hal mengenai algoritma metaheuristik dalam mengoptimasi portal baja dan dampak dari  $P-\Delta$  analysis. Kesimpulan-kesimpulan tersebut meliputi:

1. PSO tidak dapat menghasilkan berat yang optimal pada struktur portal 3 bentang 15 lantai, dengan perhitungan  $P-\Delta$  yang tidak dapat menyelesaikan perhitungannya selama 20 kali pengulangan. PSO juga sukar untuk mendapatkan berat yang optimal tanpa melebihi batasan-batasan yang ada. Hasil dari PSO juga sangat bervariasi sehingga tidak dapat diandalkan.
2. SOS merupakan algoritma metaheuristik yang paling optimal dalam penelitian ini dan konsisten karena menghasilkan berat struktur minimum yang mendekati berat optimal namun dengan standar deviasi yang kecil. Hal ini dibuktikan pada semua tipe struktur portal. Semua kasus dapat diselesaikan dengan SOS tanpa ada kegagalan satupun. Dapat disimpulkan bahwa SOS merupakan algoritma metaheuristik yang cocok untuk mengoptimasi struktur berskala besar dan kompleks.
3. Penambahan  $P-\Delta$  analysis cukup berpengaruh pada bertambahnya berat struktur. Pada 3 bentang 15 lantai tidak memberikan efek yang begitu berarti walaupun tetap menambah berat struktur semula, dikarenakan gaya aksialnya yang tidak terlalu besar.

- Perubahan AISC 360-01 menjadi 360-10 pada 3 bentang 15 lantai perubahan tersebut memperkuat struktur dalam desain sehingga berat struktur yang didapat lebih ringan. Hal tersebut dikarenakan adanya perubahan seperti faktor reduksi pada kapasitas aksial dari 0.85 menjadi 0.9 dan beberapa hal lainnya.

## 6. SARAN

Satu bagian penelitian ini yang tidak dapat diselesaikan tepat waktu adalah bagian memperhitungkan nilai  $C_b$  untuk balok, penelitian menggunakan asumsi  $C_b=1$ . Serta pada faktor amplifikasi momen  $C_m$  yang digunakan pada penelitian diambil nilai teraman yaitu 1. Hal ini disebabkan karena perhitungan diagram momen dengan persamaan kuadrat akibat beban yang assimetris membutuhkan waktu pemrograman MATLAB yang lebih sukar dan lama dibandingkan diagram momen linier pada kolom. Selain itu, perlu dilakukan *discretizing* elemen yang lebih banyak agar dapat ditemukan nilai momen yang ultimit pada balok. Sedangkan penelitian ini hanya *discretizing* elemen balok di tengah saja.

Kemudian untuk momen amplifikasi menggunakan struktur tak bergoyang tanpa memperhitungkan  $\delta_c$ , sebab memerlukan program MATLAB dengan *coding* yang lebih sukar. Penelitian yang juga dapat dilakukan adalah optimasi portal baja 3 dimensi. Diperlukan algoritma yang lebih kompleks dan juga kekuatan komputasi yang lebih besar untuk melakukan hal ini.

## 7. DAFTAR REFERENSI

- American Institute of Steel Construction (2001). *Manual of Steel Construction—Load Resistance Factor Design, 3rd ed.* Chicago: AISC.
- American Institute of Steel Construction (2010). *Specification for Structural Steel Building.* Chicago: AISC.
- Cheng, M.-Y. and Prayogo, D. (2014). "Symbiotic Organisms Search: A New Metaheuristic Optimization Algorithm." *Computers & Structures* **139**: 98-112.
- Cheng, M.-Y., Chiu, C.-K., Chiu, Y.-F., Wu, Y.-W., Syu, Z.-L., Prayogo, D. and Lin, C.-H. (2014). "SOS Optimization Model For Bridge Life Cycle Risk Evaluation And Maintenance Strategies." *Journal of the Chinese Institute of Civil and Hydraulic Engineering Volume 26*(4).
- Eberhart, R. and Kennedy, J. (1995). A New Optimizer Using Particle Swarm Theory. *Micro Machine and Human Science, 1995. MHS '95.*, Proceedings of the Sixth International Symposium on.
- Erbatur, F. and Al-Hussainy, M.M. (1991). "Optimum Design of Frames." *Computers & Structures Vol. 45, No 5/6, pp.* 887-891.
- Hall, S. K., Cameron, G. E. and Grierson, D. E. (1989). "Least-Weight Design of Steel Frameworks Accounting for P-Effects." *Journal of Structural Engineering* **115**(6): 1463-1475.
- Khot, N., Venkayya, V. and Berke, L. (1976). "Optimum Structural Design with Stability Constraints." *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **10**(5): 1097-1114.
- Kulkarni, N., Maheswerappa, S. M., and Dattatraya J.K. (2015). "Study of P-Delta Effect on Tall Steel Structure" *International Peer Reviewed Refereed Journal, Vol. II, Issue IV*, 26-36.
- Pattar, A.N. and Muranal, S.M. (2017). "P-Delta Effect on Multi-Storey Buildings." *i-manager's Journal on Structural Engineering*, **6**(3):8-18.
- Talatahari, S., Gandomi, A. H., Yang, X.-S. and Deb, S. (2015). "Optimum Design of Frame Structures Using the Eagle Strategy with Differential Evolution." *Engineering Structures* **91**: 16-25.
- Talbi, E.-G. (2009). *Metaheuristics: from Design to Implementation*, John Wiley & Sons.
- Tjiptaraharja, G.A., Tjong, W.F., and Prayogo, D. (2018). *Optimasi Desain Struktur Portal Baja dengan Metode Metaheuristik.* Petra Christian University.